

Név: csoport:

Analízis II., 1. Zárthelyi dolgozat
2013.03.21.

1. (6 pont) Mi lesz az alábbi függvénysorozat határértéke?

$$f_n(x) = \frac{1}{1 + nx^2}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Egyenletes-e a konvergencia?

2. (6 pont) Határozza meg a következő hatványsor konvergencia tartományát:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{n^2} (x+3)^n.$$

3. (8 pont) Fejtse hatványsorba (Taylor sorba) az $f(x) = \frac{1}{x-4}$ függvényt az $x_0 = 1$ hely körül. Hol konvergens a kapott hatványsor?

4. (10 pont) Az alábbi függvény értelmezési tartományának mely pontjaiban folytonos:

$$f(x, y) = \begin{cases} 2x + \frac{x \sin(y)}{x^2 + y^2} & \text{ha } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{ha } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Mennyi lesz a origóban a függvény határtértéke az $y = mx$ egyenesek mentén?

5. (10 pont) Tekintsük az $f(x, y) = \arctg \frac{y}{x}$ függvényt.

(a) Írja fel a függvény felületén az $(x_0, y_0) = (1, 1)$ pont képéhez húzott érintősíket egyenletét.

(b) Határozza meg a fenti pontbeli $\alpha = 45^\circ$ -hoz tartozó iránymenti derivált értékét.

6. (10 pont) Tekintsük az $f(x, y) = x^3 - 12x + 3 + 2y^2 - y$ függvényt. Hol van a függvénynek lokális szélsőértéke és/vagy nyeregpontja?